

DISEÑO Y PARAMETRIZACIÓN DE INDUCTORES CON NÚCLEO DE HIERRO

Design and parameterization of inductors with iron core

RESUMEN

En este artículo se presenta la metodología de diseño eléctrico y los criterios para la construcción de una inductancia con núcleo de hierro, se hacen pruebas preliminares hasta obtener el valor de la inductancia deseado, y por último comprobar si los parámetros eléctricos obtenidos experimentalmente en una práctica de laboratorio, cumplen con los obtenidos por el Medidor de Parámetros RLC referencia PM6303A FLUKE.

PALABRAS CLAVES: calibración, diseño eléctrico, inductancia, medidor de parámetros, pruebas experimentales.

ABSTRACT

This article shows a methodology for design and constructs an iron core inductor. Design criteria are also presented in order to obtain the desired inductance values. The inductance value that is obtained from the proposed methodology is compared with the values that are measured by a FLUKE PM6303A.

KEYWORDS:

Iron core inductor, inductance value, calibration, experimental teste.

JOSÉ NORBEY SÁNCHEZ FERNÁNDEZ

Tecnólogo en Electricidad
Ingeniero Electricista
Profesor Catedrático Auxiliar
Universidad tecnológica de Pereira
jnsanchez@utp.edu.co
josesan@ohm.utp.edu.co

1. INTRODUCCIÓN

Las bobinas constituyen un elemento común en cualquier circuito de un sistema de energía eléctrica (inductancias de líneas, transformadores, cargas etc.). Se presenta una metodología para el diseño eléctrico y construcción de una inductancia con núcleo de hierro y luego se comparan los resultados, utilizando circuitos eléctricos y un medidor de parámetros RLC FLUKE.

Se diseña una inductancia con núcleo de hierro con los siguientes parámetros:

- Valor de la inductancia de 280 mH
- Corriente máxima de 1 A
- Voltaje de alimentación 120 V

En la figura 1, se muestra una inductancia con núcleo de hierro, con borneras de conexión y con base para fusible de protección en la parte inferior.

2. DISEÑO ELÉCTRICO

Para el diseño eléctrico se debe tener en cuenta:

- El ancho y la altura de la ventana del núcleo de hierro ($70\text{ mm} \times 7\text{ mm}$). Ver figura 2.
- El calibre del alambre para bobinar

- El número de espiras por capa
- El aislamiento eléctrico



Figura 1. Inductancia con núcleo de hierro

Estas variables son las que se necesitan modificar, hasta obtener el valor de la inductancia deseado de 280 mH , 120 V y una corriente máxima de 1 A , para el diseño eléctrico se tienen los siguientes pasos [1,2]:

1) Determinación de la sección del núcleo

La sección del núcleo determina la potencia útil conectada a la carga, por lo tanto.

Fecha de Recepción: 26 de enero de 2009

Fecha de Aceptación: 25 de abril de 2009

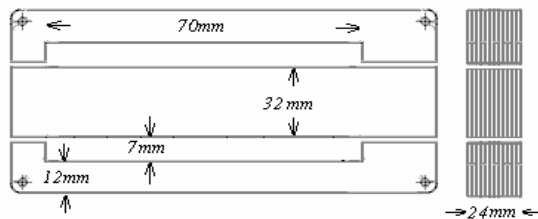


Figura 2. Núcleo de hierro

$$S = k \times \sqrt{P} \quad (1)$$

donde:

k : coeficiente de la calidad de chapas, varía entre (0,7-1), para el caso $k = 0,8$

S : Sección del núcleo [cm^2]

P : Potencia [W]

Reemplazando los valores y despejando P .

$$P = 92,16 \text{ W}$$

2) Determinación del número de espiras

El flujo magnético en el núcleo varía senoidalmente, la relación del flujo y la tensión inducida se expresa mediante la ecuación de la ley de Faraday [3,4].

$$B = \frac{V \times 10^8}{f \times S \times N \times 4,4} \quad [Gauss] \quad (2)$$

donde:

f : Frecuencia [Hz]

V : Voltaje eficaz [V]

S : Sección del núcleo [cm^2]

B : Inducción magnética [$Gauss$]

10^8 : Constante que ajusta las variables al sistema MKS

N : Número de espiras

Para determinar el número de espiras, se utiliza una inducción magnética $B = \mu H = 8000 \text{ Gauss}$, que es un valor típico para cálculo de pequeños transformadores. Reemplazando para N , se tiene:

$$N = \frac{120}{60 \times 7,68 \times 8000 \times 4,4 \times 10^{-8}} \approx 740 \text{ espiras}$$

3) Tipo de alambre para el bobinado

La sección del alambre depende directamente de la corriente que circula por él. Para este caso es de 1 amperio máximo.

4) Densidad de corriente eléctrica

El valor de la densidad de corriente se obtiene, haciendo

El valor de la densidad de corriente se obtiene, haciendo el cociente entre la capacidad máxima de corriente del alambre y la sección del mismo.

$$D = \frac{I}{s} \quad (3)$$

Donde:

D : Densidad de corriente eléctrica entre 2,5- 3 [A/mm^2] para pequeños transformadores.

I : Intensidad de corriente eléctrica que circula por un conductor en amperios [A]

s : sección transversal del conductor en [mm^2]

Reemplazando y despejando para s :

$$s = \frac{I}{D} = \frac{0,768[A]}{2,5 \left[\frac{A}{mm^2} \right]} = 0,3072 \text{ mm}^2$$

En la tabla 1 y buscando la sección en mm^2 , se tiene que el calibre del conductor es un número AWG 22.

Tabla 1. Característica para el Cálculo de Transformadores						
(1)AWG	(2)Diám	(3)Sección	(4)No. Esp	(5)Kg por Km	(6)Resistencia	(7)Cap
12	2,053	3,31	—	29,4	5,13	6
13	1,826	2,63	—	23,3	6,49	5
14	1,628	2,08	5,6	18,5	8,17	4
15	1,45	1,65	6,4	14,7	10,3	3
16	1,291	1,31	7,2	11,6	12,9	2,5
17	1,15	1,04	8,4	9,26	16,34	2
18	1,024	0,82	9,2	7,3	20,73	1,6
19	0,9116	0,65	10,2	5,79	26,15	1,2
20	0,8118	0,52	11,6	4,61	32,69	1
21	0,723	0,41	12,8	3,64	41,46	0,81
22	0,6438	0,33	14,4	2,89	51,5	0,64
23	0,5733	0,26	16	2,29	56,4	0,5

Tabla 1. Características para el Cálculo de pequeños Transformadores

5) Espiras por capa y número de capas

Con el diámetro del conductor (0,6438mm), se calculan las espiras por capa y el número de capas, teniendo en cuenta el espesor de los aislamientos, el ancho (70mm) y la altura de la ventana (7mm).

$$Esp / capa = \frac{70mm - 2 \times 0,25mm}{0,6438mm} \approx 108$$

$$\text{Núm} / \text{capas} = \frac{740 \text{ esp} / \text{totales}}{108 \text{ esp} / \text{capa}} \approx 7$$

$$\text{Altura bobina} = (0,6438 \text{ mm} + 0,15 \text{ mm}) \times 7 \text{ capas} + 0,25 \text{ mm} = 5,81 \text{ mm}$$

Se usan papeles aislantes de 0,25mm para aislar la bobina del núcleo y de 0,15mm entre capas.

3. MODELO MATEMÁTICO UTILIZADO POR EL MEDIDOR DE PARÁMETROS RLC FLUKE Y COMPROBACIÓN DE RESULTADOS

El protocolo de pruebas, se obtuvo con el Medidor de Parámetros RLC FLUKE una vez calibrada la inductancia. Para el ejemplo, se muestra en la figura 3 un protocolo de pruebas real [5]. El método es el siguiente:

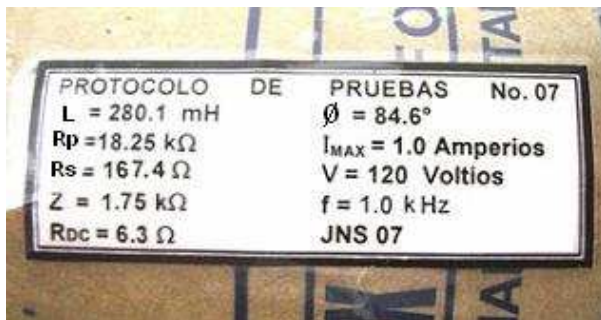


Figura 3. Protocolo de pruebas real

Términos utilizados:

Q : Factor de calidad

$$Q = \tan \phi = I/D$$

D : Factor de disipación

$$D = \tan \delta = I/Q$$

R_p : Resistencia paralelo

R_s : Resistencia serie

Z : Impedancia

C_p o L_p : Capacitancia e inductancia en paralelo

C_s o L_s : Capacitancia e inductancia en serie

ϕ : Ángulo de fase

f : Frecuencia 1kHz

Los modelos serie y paralelo de la figura 4, son equivalentes y los valores de las inductancias L_p y L_s son comparativamente iguales.

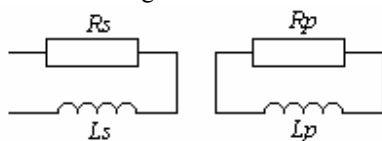


Figura 4. Modelo serie y modelo paralelo

El factor de calidad de un inductor (Q), es la relación entre la reactancia de un inductor y su resistencia en serie, se conoce como factor de calidad, y es una medida de la calidad del inductor, entre más grande más calidad.

El siguiente diagrama de fase y las fórmulas, muestran el fundamento matemático para el cálculo interno que utiliza el Medidor de Parámetros RLC referencia PM6303 FLUKE [3]. Ver figura 5.

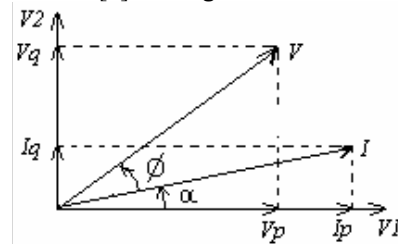


Figura 5. Diagrama fasorial

donde:

V : Voltaje

I : Corriente

$V1 \angle 0^\circ$

$V2 \angle 90^\circ$

ϕ : Ángulo de fase entre I y V

α : Ángulo de fase entre I y V

La relación en el diagrama de fase entre la corriente I y el voltaje V es la pérdida de la inductancia. En cada ciclo de medición, se determinan las componentes V_p , V_q , I_p e I_q . Ver figura 5. La resistencia serie R_s y la reactancia serie X_s son calculadas por las siguientes componentes.

$$R_s = \frac{V_p I_p + V_q I_q}{I_p^2 + I_q^2} \quad (4)$$

$$X_s = \frac{V_q I_p - V_p I_q}{I_p^2 + I_q^2} \quad (5)$$

En la figura 6, el diagrama fasorial equivalente es válido para el modelo serie.

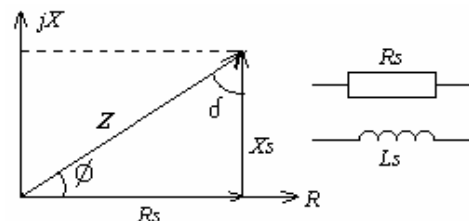


Figura 6. Diagrama fasorial modelo serie

$$Q = \tan \phi = 1/D = \frac{|X_s|}{R_s} \quad (6)$$

$$D = \tan \delta = 1/Q = \frac{|R_s|}{X_s} \quad (7)$$

La magnitud de Q y el signo de X_s , determinan que parámetro es el que domina en la componente. Así:

X_s (positivo) \Rightarrow inductivo

X_s (negativo) \Rightarrow capacitivo

Las fórmulas para calcular varios parámetros son las siguientes:

$$Z = \sqrt{R_s^2 + X_s^2} \quad (8)$$

$$C_p = \frac{1}{\omega \left(1 + 1/Q^2\right) |X_s|} \quad \text{si } X_s < 0 \quad (9)$$

$$L_p = \frac{\left(1 + 1/Q^2\right) |X_s|}{\omega} \quad \text{si } X_s > 0 \quad (10)$$

$$R_p = \left(1 + Q^2\right) R_s \quad (12)$$

$$C_s = \frac{1}{\omega |X_s|} \quad \text{si } X_s < 0$$

$$L_s = \frac{|X_s|}{\omega} \quad \text{si } X_s > 0 \quad (13)$$

En resumen, para los dos modelos se tiene:

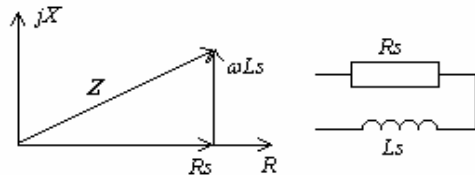


Figura 7. Diagrama fasorial modelo serie

$$Z = R_s + j\omega L_s \quad (14)$$

$$D = \frac{R_s}{\omega L_s} \quad (15)$$

$$L_p = \left(1 + D^2\right) L_s \quad (16)$$

$$R_p = \frac{1 + D^2}{D^2} R_s \quad (17)$$

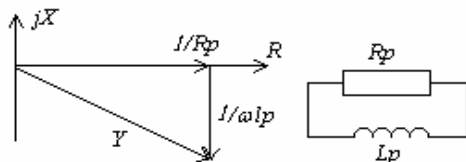


Figura 8. Diagrama fasorial modelo paralelo

$$Y = \frac{1}{R_p} - j \frac{1}{\omega L_p} \quad (18)$$

$$Z = \frac{R_p(1 + jR_p / \omega L_p)}{1 + (R_p / \omega L_p)^2} \quad (19)$$

$$D = \frac{\omega L_p}{R_p} \quad (20)$$

$$L_s = \frac{1}{1 + D^2} L_p \quad (21)$$

$$R_s = \frac{D^2}{1 + D^2} R_p \quad (22)$$

3.1 COMPROBACIÓN DE RESULTADOS EN DATOS DE PLACA

El protocolo de pruebas real de la figura 3, muestra los resultados obtenidos a una frecuencia de 1kHz. Haciendo cálculos con las ecuaciones anteriores se comprueba que los valores son muy cercanos a los datos de placa.

Del diagrama fasorial de la figura 6, y tomado el ángulo ϕ y R_s de los datos de placa se obtienen:

$$Z = \frac{167,4 \Omega}{\cos 84,6^\circ} = 1,778 K\Omega$$

$$Q = \tan 84,6^\circ = \frac{1}{D} = \frac{|X_s|}{R_s} = 10,57$$

$$X_s = 167,4 \Omega \times 10,57 = 1,770 K\Omega$$

$$D = \tan \delta = \frac{1}{Q} = 94,607 \times 10^{-3}$$

$$L = L_s = \frac{X_s}{\omega} = \frac{1,770 K\Omega}{2\pi \times 1,0 KHz} = 281,7 mH$$

$$L_p = \left(1 + D^2\right) L_s = 1 + \left(94,607 \times 10^{-3}\right)^2 \times 281,7 mH = 284,21 mH$$

$$R_p = \frac{\left(1 + D^2\right)}{D^2} R_s = \frac{1 + \left(94,607 \times 10^{-3}\right)^2}{\left(94,607 \times 10^{-3}\right)^2} \times 167,4 \Omega = 18,881 K\Omega$$

4. MODELO EQUIVALENTE DE UN INDUCTOR

En el modelo equivalente del inductor ver figura 9, se debe considerar la dependencia con la frecuencia del inductor.

Cuando se acercan dos conductores y se separan por un dieléctrico, al aplicarle una diferencia de potencial, formamos un condensador. Así entre las espiras de la bobina, se forman pequeñas capacidades. Este efecto se conoce como capacidad distribuida Cd .

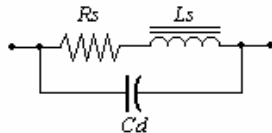


Figura 9. Modelo equivalente de un inductor

La impedancia de una bobina varía también con la frecuencia. En la figura 10, se muestra el comportamiento de dicha variación.

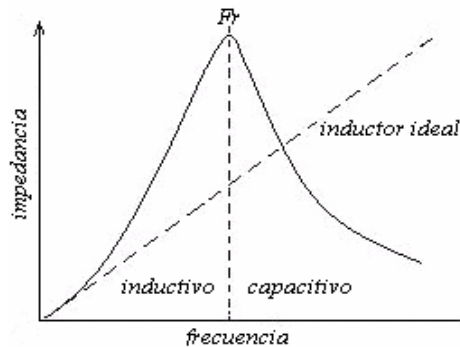


Figura 10. Variación de la impedancia con respecto a la frecuencia

Inicialmente, a frecuencias bajas, la bobina se comporta como lo haría un inductor ideal, sin embargo se observa, a medida que aumenta la frecuencia, como se va alejando de la característica ideal, aumentando rápidamente hasta que alcanza el máximo a la frecuencia de resonancia del inductor Fr . A dicha frecuencia se debe tener una reactancia infinita, pero debido a la resistencia en serie de la bobina Rs , se tiene una impedancia finita. A partir del pico de resonancia la impedancia del inductor empieza a disminuir, y se empieza a ver su efecto capacitivo a altas frecuencias [6].

El factor de calidad Q , también varía con la frecuencia. A bajas frecuencias el factor de calidad de una bobina es mejor ya que solo se tiene la resistencia en continua del hilo que es muy pequeña; pero a medida que se incrementa la frecuencia se degrada el factor de calidad, debido a la relación entre la reactancia del inductor y su resistencia en serie Xs/Rs y la capacidad del inductor.

5. OBTENCIÓN DE PARÁMETROS EXPERIMENTALES

Las prácticas consisten en hallar los parámetros internos de una bobina como son: la resistencia interna Rs y la inductancia Ls , conectada a un voltaje de 120 V y 60 Hz [3,6,7].

A esta frecuencia de servicio, se hacen tres prácticas, aplicando el modelo matemático del Medidor de Parámetros RLC FLUKE, aplicando circuitos eléctricos y aplicando la ley de Ohm. Las pruebas son las siguientes:

- 1) Aplicando el modelo matemático del Medidor de Parámetros RLC FLUKE al siguiente circuito eléctrico.

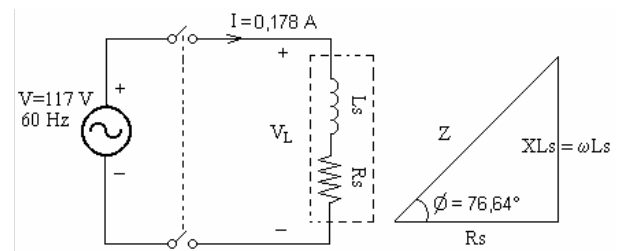


Figura 11. Esquema para el ejercicio 1

$$Z = \frac{V_L}{I} = \frac{117}{0,178} = 657,3\Omega$$

$$R_s = Z \times \cos 76,64^\circ = 151,8\Omega$$

$$Q = \tan 76,64^\circ = 4,21$$

$$D = \frac{1}{Q} = 237,53 \times 10^{-3}$$

$$|X_s| = Q \times R_s = 4,21 \times 151,8\Omega = 639,42\Omega$$

$$L = L_s = \frac{|X_s|}{\omega} = \frac{639,42\Omega}{2 \times \pi \times 60} = 1,69\text{ H}$$

- 2) Aplicando circuitos eléctricos utilizando un triángulo de impedancias.

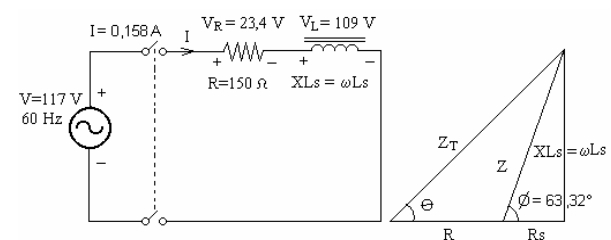


Figura 12. Esquema para el ejercicio 2

$$Z_T = \sqrt{(R + R_s)^2 + (X_{Ls})^2} \Rightarrow Z_T^2 = (R + R_s)^2 + (X_{Ls})^2$$

$$Z = \sqrt{(R_s)^2 + (X_{Ls})^2} \Rightarrow Z^2 = (R_s)^2 + (X_{Ls})^2$$

$$Z_T = \frac{V_T}{I} = \frac{117\text{ V}}{0,158\text{ A}} = 740,5\Omega$$

$$Z = \frac{V_L}{I} = \frac{109\text{ V}}{0,158\text{ A}} = 689,87\Omega$$

$$R = \frac{V_R}{I} = \frac{23,4V}{0,158A} = 148,1\Omega$$

luego :

$$R_s = \frac{Z_T^2 - R^2 - Z_L^2}{2R} = \frac{740,5^2 - 148,1^2 - 689,87^2}{2 \times 148,1} = 170,44\Omega$$

$$L_s = \frac{1}{\omega} \sqrt{(Z_L)^2 - (R_s)^2} = \frac{1}{120\pi} \sqrt{689,87^2 - 170,44^2} = 1,77 H$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{\omega L_s}{R_s} = \tan^{-1} \frac{2 \times \pi \times 60 \times 1,77H}{170,44\Omega} = 75,67^\circ$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\omega L_s}{(R + R_s)} = \tan^{-1} \frac{2 \times \pi \times 60 \times 1,77H}{(148,1\Omega + 170,44\Omega)} = 64,48^\circ$$

3) Aplicando la ley de Ohm.

Para este caso, asumiendo que R_s es pequeña se desprecia. $R_s=0$ asumido.

$$Z = \frac{V_L}{I} = \frac{117V}{0,178A} = 657,3\Omega$$

$$Z = \omega L_s = X L_s = 657,3\Omega$$

$$L_s = \frac{657,5\Omega}{2 \times \pi \times 60} = 1,74H$$

6. TABLA DE RESULTADOS

El error se calcula con la siguiente ecuación:

$$e = \frac{|\text{valor teorico} - \text{valor experimental}|}{\text{valor teorico}} \times 100\% \quad (23)$$

Método utilizado	Resultados teóricos	Resultados Expe/les	f Hz	e %
1- Datos de placa	$L_s=280,1mH$ $R_s=167,4\Omega$ $\Phi=84,6^\circ$		1000	0 0 0
2- Comprobación Modelo matemático	$L_s=280,1mH$ $R_s=167,4\Omega$ $\Phi=84,6^\circ$	$L_s=281,7mH$ $R_s=167,4\Omega$ $\Phi=84,6^\circ$	1000	0,57 0 0
3-Modelo matemático aplicado al circuito eléctrico	$L_s=1,69H$ $R_s=151,8\Omega$ $\Phi=76,64^\circ$		60	0 0 0
4- Aplicando circuitos eléctricos	$L_s=1,69H$ $R_s=151,8\Omega$ $\Phi=76,64^\circ$	$L_s=1,77H$ $R_s=170,44\Omega$ $\Phi=75,67^\circ$	60	4,7 12,2 1,3
3- Aplicando Ley de Ohm	$L_s=1,69H$ $R_s=151,8\Omega$ $\Phi=76,64^\circ$	$L_s=1,74H$ $R_s=0$ $\Phi=90^\circ \text{ ideal}$	60	2,9

Tabla 2. Tabla de resultados

Los resultados de la tabla 2, permite diseñar inductores de núcleo de hierro con parámetros R_s y L_s constantes y que dependen de las condiciones de trabajo tanto de corriente como de frecuencia. La comprobación de los resultados se muestra a través de los métodos utilizados en cada ítem.

7. CONCLUSIONES

En este documento, se presenta un procedimiento simplificado de diseño de inductores con núcleo de hierro, donde se pueden obtener parámetros R_s y L_s constantes a pesar de la no linealidad del material ferromagnético y que dependen de las condiciones de trabajo tanto de corriente como de frecuencia.

Comparando los datos de placa de la figura 3, con el método que utiliza el medidor de parámetros *RLC FLUKE* se observa que los resultados obtenidos coinciden. Hay que destacar que el medidor hace los cálculos a una frecuencia de 1 kHz.

Aplicando el mismo método a la frecuencia de 60Hz, los valores de los parámetros variaron y se comprobó que utilizando circuitos eléctricos, estos parámetros eran coincidentes. Algunas variaciones de los resultados en los circuitos reales L (inductivo) o RL (resistivo inductivo) se deben a las pérdidas que de ellos se derivan como: calor disipado por resistencia, ángulo de fase y pérdidas en el hierro y cobre.

8. BIBLIOGRAFÍA

- [1] J. Corrales, "Teoría, Cálculo y Construcción de Transformadores," Barcelona: Editorial LABOR S.A., 587 p.
- [2] Giraldo M. Orlando: Conferencia sobre transformadores.
- [3] Harold W. Gingrich, "Máquinas Eléctricas, Transformadores y Controles" Prentice-hall, Internacional, 1980 capítulos 1 y 4
- [4] S. J. Chapman, "Máquinas Eléctricas," (2 ed.) México: Mc GRAW-Hill, 1997. Pp. 29-44, pp. 76-87 y pp 8-25.
- [5] users manual, "Automatic RLC Meter PM6303A," Fluke Corporation, Box 9090, Everett, WA 98206, November 1995, Rev. 2, 02/99. Chapter 3.
- [6] R. M. Kerchner y G. F. Corcoran, "Circuitos de corriente alterna," (13 ed.) México: Compañía Editorial Continental, pp. 63-109 y pp.184-217.
- [7] W. H. Hayt, jr y J. E. Kemmerly, "Análisis de Circuitos en Ingeniería," (4 ed.) México: Mc GRAW-Hill, 1990.